

Nom :Prénom :

2014/2015

A EXAMEN**PRÉALABLES :**

- Durée maximale 2h00,
- Avec document,
- Avec calculatrice.

ATTENTION :

Les questions dans lesquelles il apparaît le terme "Expliquez" sont associées aux conditions suivantes :

sans explication la réponse est nulle,

les bons mots clés seront comptés positivement,

les mauvais mots clés seront comptés négativement,

seules les 10 premières lignes seront lues.

I - CODAGE HIERARCHIQUE

Le codage hiérarchique par plans de bits entraîne-t-il une augmentation de volume du fichier correspondant ?

Si oui quel est le pourcentage d'augmentation de volume par rapport au fichier de l'image codée brutalement ?

Correction:

Comparé à un codage par mots binaires à longueur fixe (binaire naturel par exemple) le codage hiérarchique par plans de bits n'entraîne pas une augmentation de volume. Le codage hiérarchique par plans de bits n'est qu'une façon particulière de lire les mots binaires associés aux pixels.

II - IMAGE A NIVEAUX DE GRIS

Soit une image à niveau de gris sur une profondeur de 8 bits. De cette image on ne conserve que les 2 bits de poids forts. Quelles seront, en décimal, les valeurs des niveaux de gris possibles de l'image résultante ?

Correction:

Remarque : nous avons utilisé le terme de *bit* alors qu'il eut été plus rigoureux de parler de *digit binaire*.

Chaque pixel est codé par 8 digits binaires. Exprimé en décimal, la valeur d'un niveau de gris est donc :

$$a.2^7 + b.2^6 + c.2^5 + d.2^4 + e.2^3 + f.2^2 + g.2^1 + h.2^0 \text{ où } (a,b,c,d,e,f,g,h) \in \{1,0\}^8$$

Si l'on ne retient que les deux digits binaires de poids fort alors cette valeur décimale devient :

$$a.2^7 + b.2^6 \text{ où } (a,b) \in \{1,0\}^2$$

L'ensemble des doublets (a,b) , avec les valeurs décimales correspondantes, est:

a	b	$a.2^7 + b.2^6$
0	0	0
0	1	64
1	0	128
1	1	192

III - ENTROPIE

Soit une image de scène naturelle en couleurs :

→ quantification sur 256 niveaux,

→ colorimétrie : R, V, B

Nom :**Prénom :**

→ dimensions : 1920×1080 (dans les 3 composantes).

1- Dans un codage binaire naturel quel est le nombre de digits binaires d'une telle image ?

2- Concernant la quantité d'information moyenne (H) de cette image quelle est l'assertion vraie (encadrez la bonne réponse) :

$$H < 0$$

$$H > 49,77 \text{ Mbit}$$

$$0 < H < 50 \text{ Mbit}$$

Correction:1- Le nombre total de digits binaires est de $1920 \times 1080 \times 3 \times 8 = 49,77 \cdot 10^6$ digits binaires.2- L'entropie maximale est donc de $49,77 \cdot 10^6$ bit (cas où les deux valeurs des digits binaires ont une probabilité de 1/2). L'entropie est > 0 .

D'où :

$$0 < H < 50 \text{ Mbit}$$

IV - CODAGE RLC

Soit une image numérique noire et blanche constituée :

— de 8 niveaux de gris représentés par les symboles : $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7, n_8$,

— de 16 points par ligne.

On se propose de coder cette image ligne par ligne, de la gauche vers la droite, selon la technique du "run-length coding" ou codage par plage. Le codage est monodimensionnel dans le sens horizontal. Les codes binaires seront à longueurs constantes. On rappelle que le taux de compression, σ , est défini par :

$$\sigma = \frac{\text{Nombre de bits nécessaires dans un codage direct}}{\text{Nombre de bits utilisés par une technique de codage particulière}}$$

Soit une ligne constituée des niveaux de gris successifs suivants :

$$n_7, n_7, n_7, n_6, n_4, n_4, n_4, n_4, n_2, n_2, n_2, n_3, n_3, n_3, n_3$$

Quel est le taux de compression obtenu sur cette ligne par rapport à un codage direct des niveaux de gris ?

Toute réponse injustifiée ne pourra être validée.

Correction:→ Codage RLC : $(3, n_7), (1, n_6), (4, n_4), (3, n_2), (5, n_3)$,

→ Codage binaire:

→ Amplitude du 1^{er} nombre: 1-16. D'où 4 digits binaires dans un codage binaire naturel,→ Amplitude du 2^{ème} nombre: 1-8. D'où 3 digits binaires dans un codage binaire naturel.→ Taux de compression $\sigma = \frac{3 \times 16}{5 \times 7} \Rightarrow$

$$\sigma = 1,37$$

V - CODAGE DE HUFFMAN

Soit une image à 4 niveaux de gris dont les valeurs sont n_1, n_2, n_3, n_4 . On suppose que les probabilités de ces niveaux de gris sont :

$$p(n_1) = 0,6$$

$$p(n_2) = 0,3$$

$$p(n_3) = 0,05$$

$$p(n_4) = 0,05$$

- 1) Proposer un codage binaire préfixé optimal de N à longueur constante.
- 2) Quelle est la longueur moyenne du code obtenu ?
- 3) Quelle est l'entropie, en bit, de N ?
- 4) Proposer un codage préfixé optimal à longueur variable (on pourra utiliser l'algorithme de Huffman).
- 5) Quelle est la longueur moyenne du code obtenu ?

Correction:

1) Le code binaire naturel convient (d'autres conviennent: le code de Gray par exemple). On suggère :

$$\begin{aligned} n_1 &\leftrightarrow 00 \\ n_2 &\leftrightarrow 01 \\ n_3 &\leftrightarrow 10 \\ n_4 &\leftrightarrow 11 \end{aligned}$$

Nom :

Prénom :

2) Il est évident que la longueur moyenne est 2.

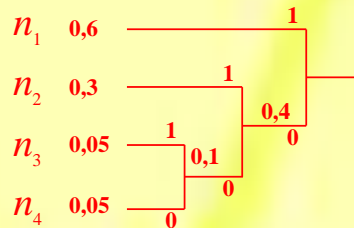
$$\bar{l} = 2 \text{ digits binaires}$$

3) $H(N) = 0,6 \log_2 \frac{1}{0,6} + 0,3 \log_2 \frac{1}{0,3} + 0,05 \log_2 \frac{1}{0,05} + 0,05 \log_2 \frac{1}{0,05}$. D'où :

$$H(N) = 1,4 \text{ bit}$$

Remarque : on en déduit qu'il existe un code binaire de longueur moyenne inférieure à 2 pour représenter les niveaux de gris précédents. Grâce au théorème du codage de source sans bruit on en conclue que le code de la question 1) est surabondant en digits binaires. On en tient compte dans ce qui suit.

4) On propose l'arbre ci-dessous (ce n'est pas le seul):



D'où la solution correspondante :

- $n_1 \leftrightarrow 1$
- $n_2 \leftrightarrow 01$
- $n_3 \leftrightarrow 001$
- $n_4 \leftrightarrow 000$

Attention ce n'est pas la seule solution. On peut par exemple remplacer les 1 par des 0 et les 0 par des 1.

5) La longueur moyenne : $\bar{l} = 0,6 \times 1 + 0,3 \times 2 + 0,05 \times 3 + 0,05 \times 3$. D'où :

$$\bar{l} = 1,5 \text{ digits binaires}$$

Attention : quelle que soit la solution trouvée dans la précédente question la longueur moyenne reste identique ($\bar{l} = 1,5$ digits binaires).

VI - LZW

Soit un décodeur LZW (Lempel-Ziv-Welch) implémenté sur une image noire et blanche à 256 niveaux de gris. Les premiers pixels (en haut à gauche sur la 1^{ère} ligne) sont les suivants (en hexadécimal) :

0A, 20, 31, 20, 31, 0A, 20, 41,...

La mémoire du codeur est constituée de 4096 adresses consécutives allant de 000 à FFF (en base 16).

Enoncez les 5 premiers mots de code issus du codeur. On précisera la base de numération choisie.

Correction :

En base 16 les 5 premiers mots de code sont :

00A, 020, 031, 101, 100

VII - CODAGE BINAIRE

L'image ci-contre possède 4 niveaux de gris. Dans un codage binaire à longueur fixe optimal combien de digits binaires doit-on accorder à chaque pixel ?

Correction :

$2^2 = 4$. Puisque l'exposant est égal à 2, le nombre de digits binaires permettant de représenter ces 4 niveaux de gris est : 2



Nom :

Prénom :

VIII - FORMATS D'ECRAN.

Soit l'image ci-contre.
Sa définition est conforme au format 4K (UHD).



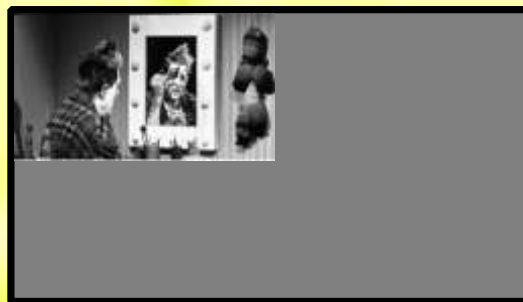
Cette image est affichée sur un écran HD Ready 1080p sans rééchantillonnage. Quelle sera l'allure de l'image restituée (écran A, B ou C)?



Ecran A



Ecran B



Ecran C

IX - CODAGE PAR TRANSFORMATION DCT

Soit une image dont les niveaux de gris $\in \mathfrak{R}$ (ensemble des réels).

Soit un bloc \vec{B} de taille 8×8 prélevé dans cette image. Ce bloc est transformé par une DCT puis quantifié pour donner $f(\vec{B})$ tel que :

$$f(\vec{B}) =$$

898	401	250	-103	78	28	-8	9
-288	-200	88	-129	-144	79	12	10
-99	-121	305	292	-81	-33	-17	20
50	-211	-712	97	27	-67	15	-23
210	631	457	57	87	-1	-13	18
527	-155	416	-99	-39	18	-3	-12
179	77	299	301	-54	-11	0	6
111	-200	505	-321	-17	8	2	-7

Nom :

Prénom :

1. Dans ce bloc transformé et dans un but de compression avec distorsion minimale, on décide d'abandonner 4 coefficients. Encadrez ces coefficients.
2. Calculer l'erreur quadratique que cela entraîne entre le bloc original et le bloc décodé (transformé par DCT inverse).
3. Le bloc décodé sera-t-il nécessairement réel (quels que soient les coefficients abandonnés) ?

Correction :

1) Voir la figure.

2) $EQ = (-1)^2 + (-3)^2 + 0^2 + 2^2$. D'où

$EQ = 14$

$EQM = \frac{1}{8 \times 8} [(-1)^2 + (-3)^2 + 0^2 + 2^2]$. D'où :

$EQM = 0,22$

Les deux réponses sont acceptées.

3) Oui parce que simultanément :

- la DCT est une transformation à coefficients réels,
- le vecteur à transformer est réel.

X - MPEG

Dans ce qui suit on ne s'intéresse qu'à l'algorithme MPEG.

Dans le tableau suivant cochez ce qui convient (**V** = vrai, **F** = faux) :

Propositions :	V	F
Le contrôleur de débit n'existe pas dans le décodeur :	x	
Les données contenues dans les mémoires codeur et décodeur sont identiques	x	
La mémoire du codeur contient l'image décodée précédente	x	
Le bloc "prédiction" effectue une compensation de mouvement par bloc	x	
Le décodeur est en boucle fermée :		x
DCT signifie "Data Communication Transfer"		x
La DCT s'effectue sur des blocs transformés quantifiés		x
Une image de type <i>I</i> signifie qu'elle est "Interleave" (entrelacée en français)		x
A qualités égales, les images de type <i>I</i> bénéficient d'un taux de compression supérieur aux autres types		x
Dans une image de type <i>I</i> il peut y avoir des blocs en mode <i>Inter</i>		x
Dans une image de type <i>P</i> il peut y avoir des blocs en mode <i>Intra</i>	x	
Le décodage ne peut pas commencer sur une image de type <i>I</i>		x
Le type <i>B</i> pour des images MPEG vient du mot <i>Byte</i>		x
